

## A2 管道切片的三维重建

断面可用于了解生物组织、器官等的形态。例如，将样本染色后切成厚约  $1\mu\text{m}$  的切片，在显微镜下观察该横断面的组织形态结构。如果用切片机连续不断地将样本切成数十、成百的平行切片，可依次逐片观察。根据拍照并采样得到的平行切片数字图像，运用计算机可重建组织、器官等准确的三维形态。

假设某些血管可视为一类特殊的管道，该管道的表面是由球心沿着某一曲线（称为中轴线）的球滚动包络而成。例如圆柱就是这样一种管道，其中轴线为直线，由半径固定的球滚动包络形成。

现有某管道的相继 100 张平行切片图像，记录了管道与切片的交。图像文件名依次为 0. bmp、1. bmp、…、99. bmp，格式均为 BMP，宽、高均为 512 个像素（pixel）。为简化起见，假设：管道中轴线与每张切片有且只有一个交点；球半径固定；切片间距以及图像像素的尺寸均为 1。

取坐标系的  $Z$  轴垂直于切片，第 1 张切片为平面  $Z=0$ ，第 100 张切片为平面  $Z=99$ 。 $Z=z$  切片图像中像素的坐标依它们在文件中出现的前后次序为

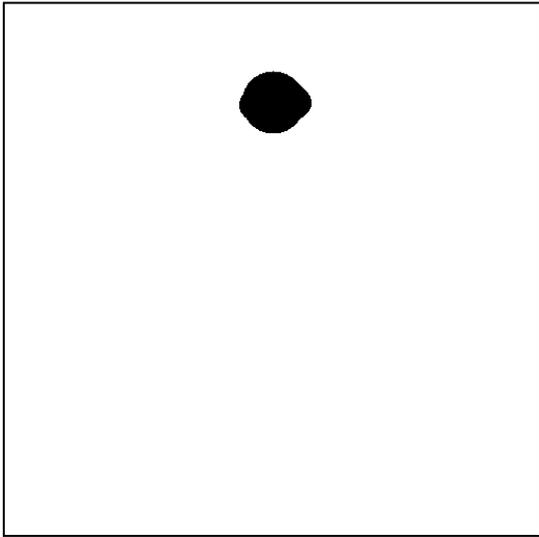
$(-256, -256, z)$ ， $(-256, -255, z)$ ，… $(-256, 255, z)$ ，  
 $(-255, -256, z)$ ， $(-255, -255, z)$ ，… $(-255, 255, z)$ ，  
……  
 $(255, -256, z)$ ， $(255, -255, z)$ ，… $(255, 255, z)$ 。

1. 设管道中轴线与每张切片恰有一个交点，试建立模型计算管道的中轴线与半径，给出具体的算法，并绘制中轴线在  $XY$ 、 $YZ$ 、 $ZX$  平面的投影图。
2. 若管道中轴线与每张切片恰有两个交点，给出求解交点的具体算法及计算结果。
3. 试根据附件数据给出估计  $z=105$  处中轴线坐标的方法。

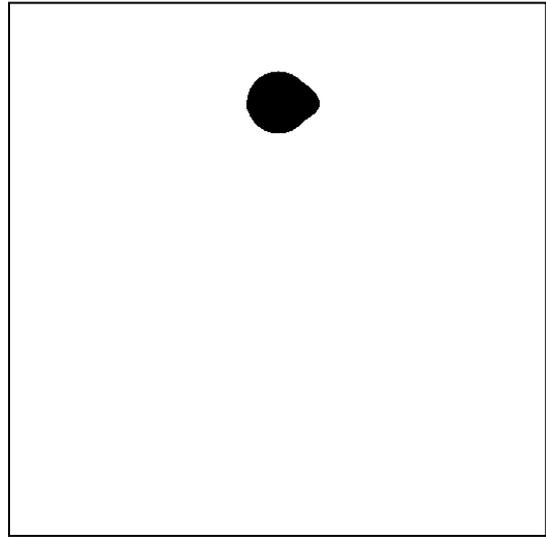
第 2 页是 100 张平行切片图像中的 6 张，全部图像请见附件。

关于 BMP 图像格式可参考：

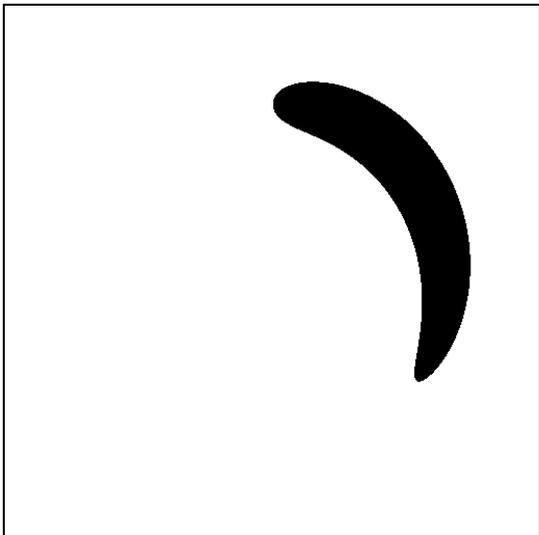
1. 《Visual C++ 数字图像处理》第 12 页 2.3.1 节。何斌等编著，人民邮电出版社，2001 年 4 月。
2. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/mxr/gfx/2d/BMP.txt>



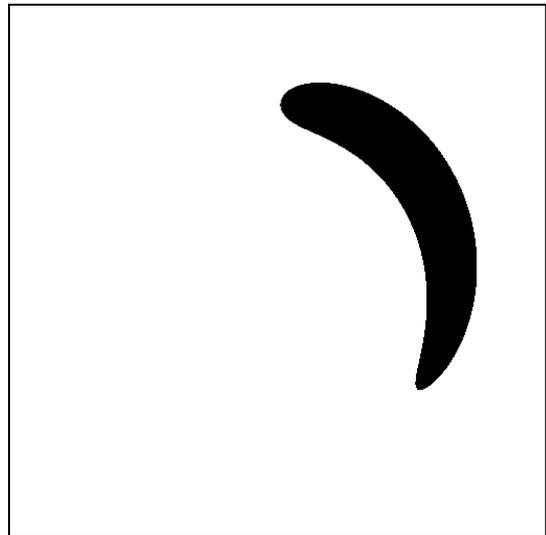
Z=0



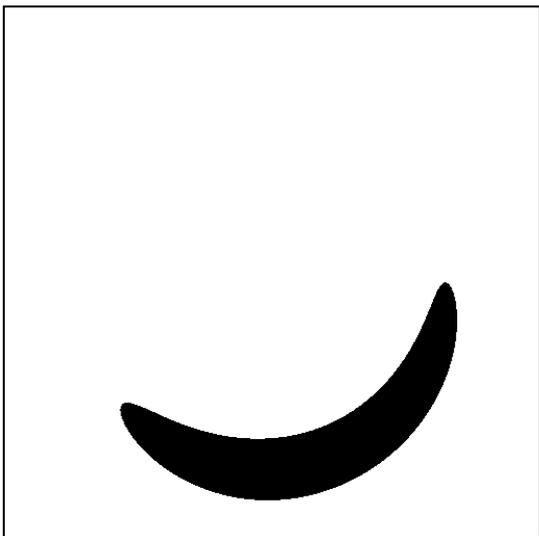
Z=1



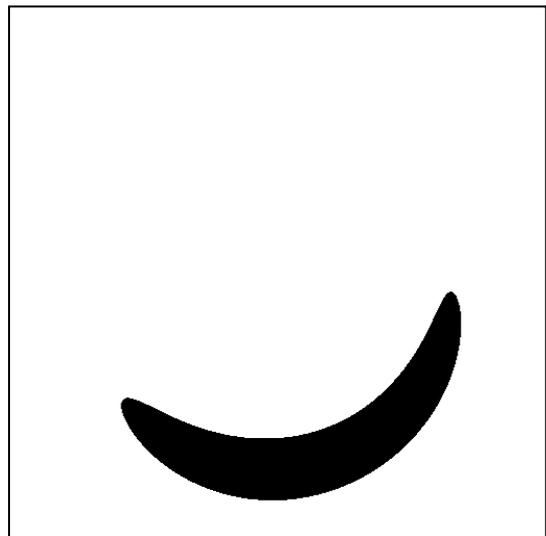
Z=49



Z=50



Z=98



Z=99