

## 2017 线性代数与解析几何复习题

- 1、设 A、B 都是 n 阶对称矩阵，则下列结论不正确的是 ( )
- (A) A+B 也是对称矩阵 (B) AB 也是对称矩阵
- (C)  $A^m + B^m$  ( $m$  为正整数) 也是对称矩阵 (D)  $BA^T + AB^T$  也是对称矩阵
- 2、设 n 阶行列式  $D_n$ ，则  $D_n = 0$  的必要条件是 ( )
- (A)  $D_n$  中有两行 (或列) 元素对应成比例
- (B)  $D_n$  中有一行 (或列) 元素全为零
- (C)  $D_n$  中各列元素之和为零
- (D) 以  $D_n$  为系数行列式的齐次线性方程组有非零解
- 3、已知直线  $l: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ ，平面  $\pi: 2x+13y+18z+1=0$ ，则直线  $l$  ( )
- (A) 垂直于  $\pi$  (B) 平行于  $\pi$  (C) 在  $\pi$  上 (D) 与  $\pi$  斜交
- 4、设向量组 (I)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  可由向量组 (II)  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$  线性表出，则 ( )
- (A) 当  $r < s$  时，向量组 (II) 线性相关
- (B) 当  $r > s$  时，向量组 (II) 线性相关
- (C) 当  $r < s$  时，向量组 (I) 线性相关
- (D) 当  $r > s$  时，向量组 (I) 线性相关
- 5、已知三阶矩阵 A 的特征值为  $-1, 1, 2$ ，则矩阵  $B = (3A^*)^{-1}$  的特征值为 ( )
- (A) 1, -1, -2 (B)  $\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1$

1、若 n 阶矩阵 A 满足  $A^2 + 2A + 3I = O$ ，则  $A^{-1} =$

2、四阶行列式  $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$  的值等于

3、向量  $a, b, c$  满足  $a+b+c=0$ ,  $\|a\|=3, \|b\|=5, \|c\|=7$ , 则向量  $a$  与  $b$  的夹角是

4、设  $A$  是 4 阶矩阵,  $A$  的元素全为 1, 则  $A$  的全部特征值为

5、若曲面  $2x^2 - y^2 + 2z^2 + 1 = 0$  是由坐标平面内的一曲线绕  $y$  轴旋转而成, 则该曲线方程为

1、求解矩阵方程:  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2、计算行列式:  $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$

3、一直线  $l$  过点  $M_0(-2, 0, 3)$  与直线  $l_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$  相交且与另一直线  $l_2: \frac{x}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+3}{-1}$  垂直, 求直线  $l$  的方程.

4、将矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$  相似对角化.

5、已知线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$  与方程  $x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1$  有公共解, 求常数  $a$

的值, 并求公共解.

6、用配方法化二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_2x_3$  为规范形，并写出所用的可逆线性变换.

1、设 A、B 为同阶可逆矩阵，证明：  $(AB)^* = B^*A^*$

2、设  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  是  $R^3$  的一组标准正交基，且  $\alpha_1 = \frac{1}{3}(2\gamma_1 + 2\gamma_2 - \gamma_3)$ ，  
 $\alpha_2 = \frac{1}{3}(2\gamma_1 - \gamma_2 + 2\gamma_3)$ ， $\alpha_3 = \frac{1}{3}(\gamma_1 - 2\gamma_2 - 2\gamma_3)$ ，证明：矩阵  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  是正交矩阵.